

物理学情報処理演習

14. 数式処理 補足 Mapleで物理を再勉強

大久保晋

自由落下を計算してみよう

次のように入力する

物理定数を使えるようにする

```
> with(ScientificConstants);  
[AddConstant, AddElement, AddProperty, Constant, Element, GetConstant, GetConstants, GetElement,  
GetElements, GetError, GetIsotopes, GetProperties, GetProperty, GetUnit, GetValue, HasConstant,  
HasElement, HasProperty, ModifyConstant, ModifyElement]
```

ニュートンの方程式

```
=> falleq:= m* diff(y(t), t$2) = - g * m ;
```

$$falleq := m \left(\frac{d^2}{dt^2} y(t) \right) = -g m$$

2回 t で微分する

```
=> fallsol:= dsolve([falleq, y(0)=1000, D(y)(0)=0], y(t));
```

$$fallsol := y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + 1000$$

初期値 高さ1000から
初速度0から落とす

初期値を代入し計算させ、fallsolとした

```
=> g:= Constant('g');
```

$g := \text{Constant}(g)$

重力加速度を定数表から出す

```
=> falleq2:= eval( y(t), subs( {g= evalf(g)}, fallsol));
```

$$falleq2 := -4.903325000 t^2 + 1000$$

```
=> plot(falleq2, t=0..10, title="free fall", labels=["time", "y(t)],  
font=[times,ROMAN,10]);
```

図を書いてみた。
きちんと落ちていくだろうか？

電磁気学 2 LC回路

右にあるようなLとCで構成される
閉回路の電荷の変化を計算してみよう

閉回路の法則より

$$\phi(t) - L \frac{dI(t)}{dt} - \frac{Q(t)}{C} = 0 \quad I(t) = \frac{dQ(t)}{dt}$$

なので、求める微分方程式は

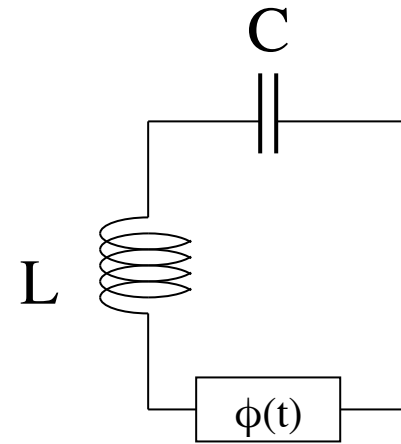
$$L \frac{d^2 Q(t)}{dt^2} + \frac{Q(t)}{C} = \phi(t)$$

ここで

$$\phi(t) = \phi_0 \cos \omega t$$

解は

$$I(t) = \alpha \cos \omega t + \beta \sin \omega t = \operatorname{Re}(I_0 e^{i\beta} \cdot e^{i\omega t})$$



Mapleで次のように入力してみよう

> with(DEtools);

←微分積分のツールを使う宣言

> LCcircuit:= L* diff(Q(t), t\$2) + (1/C)* Q(t) = p * cos(w*t); ←問題の2階微分方程式

$$LCcircuit := L \left(\frac{d^2}{dt^2} Q(t) \right) + \frac{Q(t)}{C} = p \cos(w t)$$

2回 t で微分する

=> dsolve(LCcircuit, Q(t));

$$Q(t) = \sin\left(\frac{t}{\sqrt{C}\sqrt{L}}\right) - C^2 + \cos\left(\frac{t}{\sqrt{C}\sqrt{L}}\right) - C^1 - \frac{p \cos(w t) C}{-1 + w^2 C L}$$

微分方程式を解け

=> LCcircuit2:=subs({p=0, L=1, C=1, w=2*Pi}, LCcircuit);

$$LCcircuit2 := \left(\frac{d^2}{dt^2} Q(t) \right) + Q(t) = 0$$

パラメーターを代入し、LCcircuit2とした
p=0 として、外部から交流電流は流さない
L=1, C=1, ω=2π

=> dsolve({LCcircuit2, Q(0)=1, D(Q)(0)=0}, Q(t));

$$Q(t) = \cos(t)$$

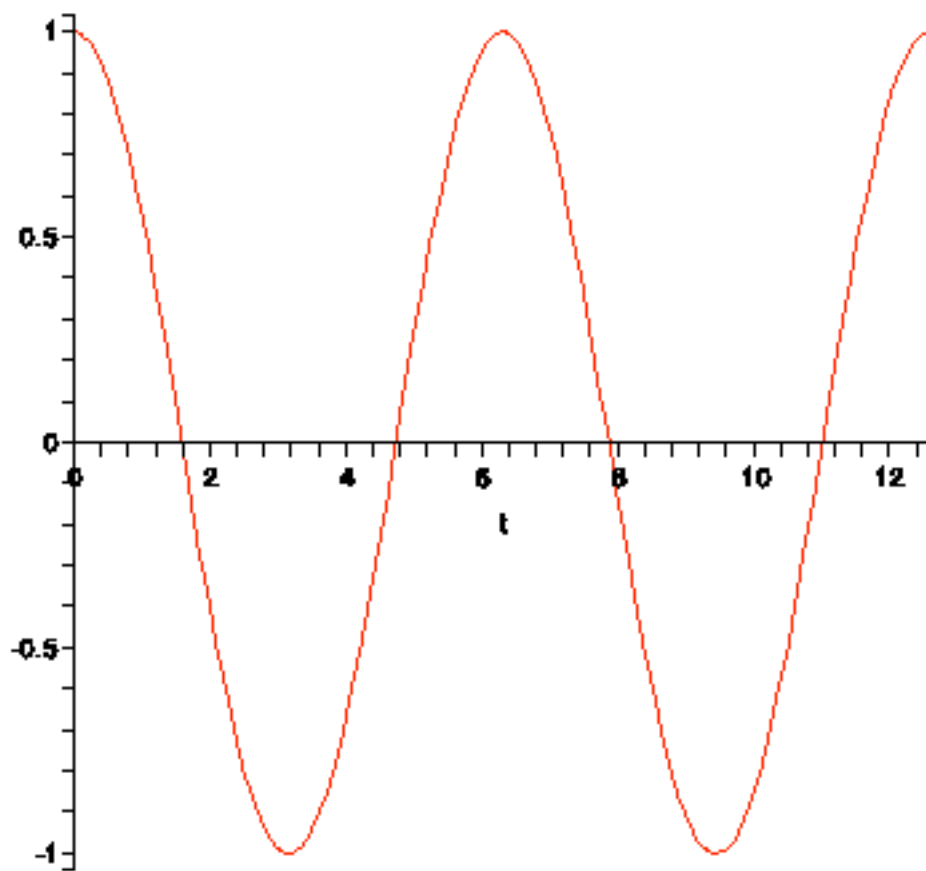
境界条件、Q(0)=1, dQ(0)/dt=0 としてQ(t)を解いた

=> solLCcircuit2:= eval(Q(t), dsolve({LCcircuit2, Q(0)=1, D(Q)(0)=0}, Q(t)));

$$solLCcircuit2 := \cos(t)$$

境界条件までいれて、Q(t)をといて、それを式solLCcircuit2とした

`> plot(solLCcircuit2, t=0..4*Pi);` solLCcircuit2を $t=0$ から 4π まで作画した



適当にパラメーターをいじると変化することがわかる

```
LCcircuit3:=subs( {p=1, L=1, C=1, w=0.5*Pi}, LCcircuit);  
solLCcircuit3:= eval(Q(t), dsolve( {LCcircuit3, Q(0)=1, D(Q)(0)=0}, Q(t)));  
plot( solLCcircuit3, t=0..4*Pi);
```

このようにすれば、パラメーターを変化させることができる。
この値をいれてみて、グラフを書きもとのcos波と変わったことを
確認しよう。